

# TECHNICIEN SUPERIEUR TERRITORIAL

## CONCOURS INTERNE ET DE 3<sup>ème</sup> voie

SESSION 2008

### COMPOSITION DE MATHEMATIQUES

Vérification des connaissances mathématiques des candidats, au moyen de tableaux ou graphiques à constituer ou compléter, de problèmes à résoudre ou de questions à réponses courtes. Cette épreuve est destinée à vérifier l'aptitude des candidats à la mise en œuvre pratique des mathématiques que requiert l'exercice des missions qui incombent aux techniciens supérieurs territoriaux

Durée : 3h00

Coefficient : 3

#### **EXERCICE N°1 : (3 points)**

Ce tableau présente les effectifs des 112 737 agents territoriaux de la Région X.  
Les agents ont été classés selon deux critères : l'effectif du personnel de la commune employeur et le type d'emploi occupé.

	Moins de 350 agents	350 à 499 agents	500 à 999 agents	1000 agents et plus
Fonctionnaires	4 559	10 024	26 655	34 889
Non-titulaires sur emploi permanent	956	1 980	3 969	7 082
Non-titulaires sur emploi non-permanent	1 439	4 539	4 636	12 009

On choisit au hasard un agent de la Région X.

On considère les événements suivants :

- A : « cet agent est fonctionnaire ».
- B : « cet agent est employé par une commune dont l'effectif du personnel est entre 350 et 499 ».
- C : « cet agent est non-titulaire sur un emploi permanent et travaille dans une commune employant au moins 1000 agents ».

On donnera les probabilités à  $10^{-2}$  près.

1. Calculer les probabilités suivantes :  $P(A)$ ,  $P(B)$ , et  $P(C)$ .
2. Expliciter l'événement  $A \cap B$ .
3. Calculer  $P(A \cap B)$ .

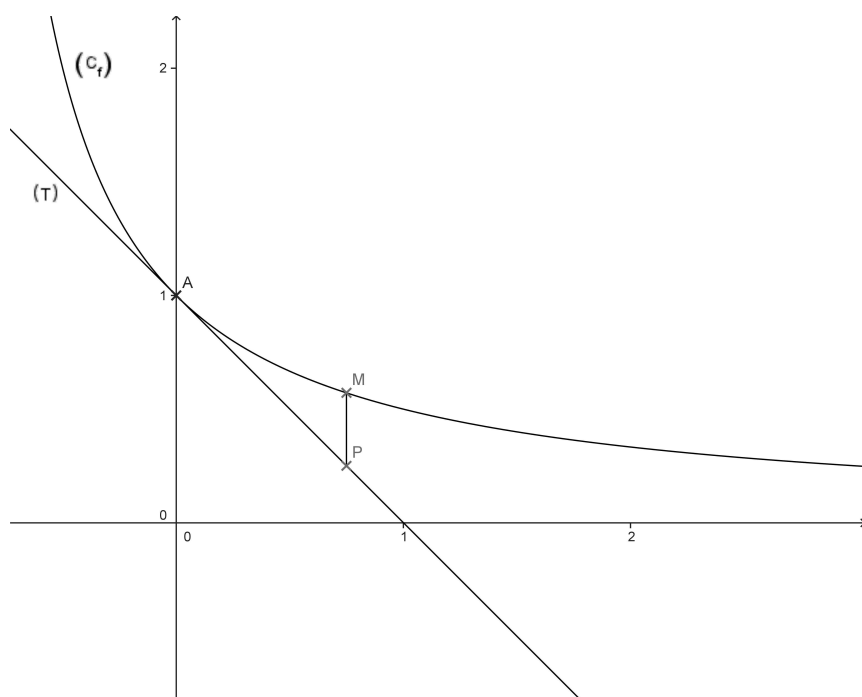
**EXERCICE N°2 : (4 points)**

On considère la fonction  $f$  définie sur  $] -1; +\infty[$  par  $f(x) = \frac{1}{1+x}$ .

1. Calculer la dérivée  $f'$  de  $f$  sur  $] -1; +\infty[$ .
2. En déduire une équation de la tangente  $(T)$  à la courbe représentative  $(C_f)$  de  $f$  en 0.
3. Montrer que  $(C_f)$  est toujours au-dessus de  $(T)$  sur  $] -1; +\infty[$ .
4. Soit  $M(x; y)$  un point de  $(C_f)$  et soit  $P$  le point d'abscisse  $x$  sur  $(T)$  (voir schéma ci-dessous). Exprimer la longueur  $MP$  en fonction de  $x$ .
5. Reproduire et compléter le tableau suivant avec des résultats arrondis au dix-millième près :

$x$	0	0,02	0,04	0,06	0,08	0,1
$MP$						

6. Dans l'approximation  $f(x) \approx 1 - x$ ,  $MP$  représente l'erreur. Quel est le pourcentage approximatif d'erreur pour  $x = 0,1$  ?

**EXERCICE N°3 : (4 points)**

Pour garnir un parterre, un jardinier commande 500 tulipes qui se répartissent selon leur catégorie (A ou B) et leur couleur (rouge, jaune ou noire).

On donne les informations suivantes :

- Il y a 240 tulipes dans la catégorie A.
- On compte 120 tulipes noires, dont les  $\frac{3}{4}$  sont de la catégorie A.
- Parmi les tulipes de la catégorie B, on compte 10 fleurs rouges de plus que de jaunes.
- Enfin, 40% des tulipes rouges sont de la catégorie A.

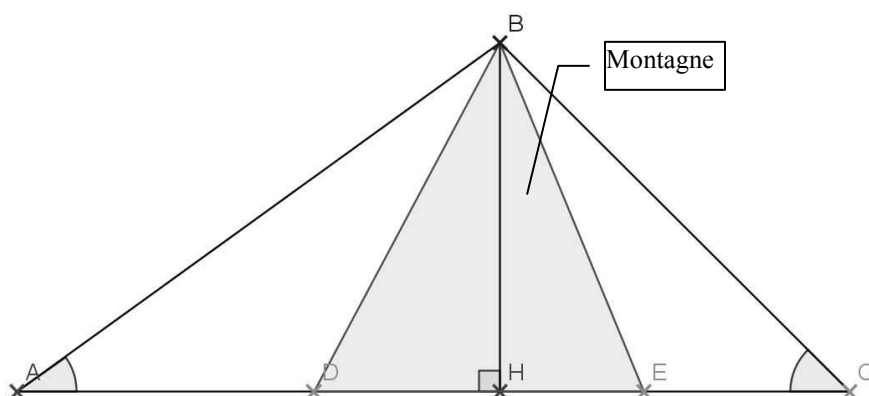
- Déterminer le nombre de tulipes de chaque sorte en reproduisant puis en complétant le tableau à double entrée suivant (on ne demande pas de justifier) :

	Rouges	Jaunes	Noires	Total
Cat. A				
Cat. B				
Total				500

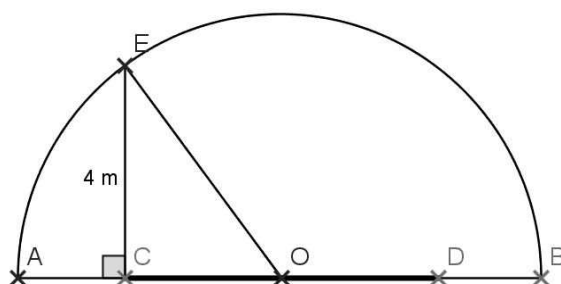
- Calculer la proportion en pourcentage :
  - de tulipes jaunes ;
  - de tulipes noires de catégorie A ;
  - de tulipes jaunes parmi les tulipes de catégorie A (arrondir à 0,1 %) ;
  - de tulipes de catégorie A parmi les tulipes jaunes (arrondir à 0,1 %).

### **EXERCICE N°4 : (4 points)**

On veut percer un tunnel sous une montagne ; il passera 80m en dessous du sommet de la montagne (distance BH). On se place au point A situé à 60m de l'entrée D et on mesure l'angle  $\hat{BAD} = 36^\circ$ . Puis on se place au point C situé à 45m de l'entrée E et on mesure l'angle  $\hat{BCE} = 47^\circ$ . Le schéma suivant n'est pas à l'échelle :



- A l'aide de la trigonométrie (dans des triangles bien choisis), calculer  $AH$  puis  $HC$  et en déduire une valeur approchée de  $AC$  au mètre près. En déduire la longueur du tunnel  $DE$  au mètre près.
- Le tunnel a une section semi-circulaire. La route à faire passer dessous a une largeur de 6 m ( $CD = 6$  m). On veut pouvoir faire passer des camions de 4 m de hauteur sous ce tunnel.



- Quel doit être le rayon minimal du tunnel ?
- Quel est alors le volume du tunnel (on assimile le tunnel à un demi-cylindre) ?

**EXERCICE N°5 : (3 points)**

Une entreprise réalise une étude sur le lien entre le prix de vente d'un produit et la quantité de ce produit achetée par la clientèle. Les résultats de cette étude sont consignés dans le tableau ci-dessous :

Prix de vente d'un objet en euros ( $x$ )	70	80	90	100	110	120
Quantité achetée en milliers d'objets ( $y$ )	12	11	8	5	3	1,5

- Dans un repère orthogonal sur le papier millimétré, représenter les six points  $A_1, A_2, \dots, A_6$  correspondant respectivement à chaque colonne du tableau (prix en abscisse, 1 cm pour 10 euros ; quantité en ordonnée, 1 cm pour 1 000 objets).
- Afin de modéliser le lien entre la quantité achetée et le prix, on trace la droite passant par  $A_1(70;12)$  et  $A_6(120;1,5)$  et on suppose que cette droite représente  $y$  en fonction de  $x$ .

- Calculer l'équation de la droite  $(A_1A_6)$ .
- En supposant ce modèle correct, quel prix de vente faudrait-il fixer pour vendre 6 500 objets ?
- Reproduire et compléter le tableau suivant :

Prix de vente en euros ( $x$ )	70	80	90	100	110	120
Quantité achetée d'après l'étude ( $y$ )	12	11	8	5	3	1,5
Quantité achetée d'après le modèle ( $y'$ )	12					1,5
Écart en valeur absolue $ y' - y $	0					0

- Calculer la moyenne des écarts obtenus dans le tableau précédent.

**EXERCICE N°6 : (2 points)**

Un capital de 20 000 euros est placé à intérêts composés au taux de 7%.

- Peut-on dire que le taux d'accroissement du capital sur deux ans soit très exactement de 14 % ? Justifiez.
- Déterminez le montant du capital au bout de deux ans.
- Au bout de combien d'années le capital aura-t-il dépassé le double de sa valeur initiale ?

## **A LIRE ATTENTIVEMENT AVANT DE TRAITER LE SUJET**

**Les candidats peuvent traiter les questions dans l'ordre qui leur convient, mais en indiquant le numéro de chaque question.**

**Si le détail des calculs (justification des résultats) n'apparaît pas sur la copie, les questions qui requièrent des calculs ne seront pas corrigées.**

**- Vous ne devez faire apparaître aucun signe distinctif dans votre copie, ni votre nom ou un nom fictif, ni signature ou paraphe.**

**- Seul l'usage d'un stylo noir ou bleu est autorisé (bille, plume ou feutre) ainsi que le crayon papier pour l'exercice 5. L'utilisation d'une autre couleur, pour écrire ou souligner, sera considérée comme un signe distinctif, de même que l'utilisation d'un surligneur.**

**- Le non-respect des règles ci-dessus peut entraîner l'annulation de la copie par le jury.**

**- Les feuilles de brouillon ne seront en aucun cas prises en compte.**

**L'utilisation d'une calculatrice de fonctionnement autonome et sans imprimante est autorisée.**